Contrôle 1 28 Mars 2002 Groupe B

Temps alloué : 30 minutes.
Calculatrices, téléphones et documents interdits.

Exercice 1

Montrer que l'application suivante est linéaire.

$$f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_1[X] & \longrightarrow & \mathbb{R}_1[X] \\ P(X) & \longmapsto & XP'(X) \end{array} \right.$$

Exercice 2

On admet que l'application suivante est linéaire.

$$g : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} & \longmapsto & x+y+z \end{array} \right.$$

a. Donner sa matrice (relative aux bases canoniques de $\mathbb{R}^3$ et $\mathbb{R}$).

b. Donner une base de son noyau. En déduire qu'il est de dimension deux.

c. Quelle est le rang de g (sans calcul) ? Quel est l'image de g (sans calcul) ?

Exercice 3

Donner une base de l'image de l'application linéaire (on admet qu'elle est linéaire) définie par la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$